1 Formules de trigonométrie usuelles

1°. Rappeler la définition géométrique de sinus, cosinus, tangente et cotangente.
2°. Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R},\ \cos^2 x + \sin^2 x = 1$
3°. Rappeler les formules d'addition qui donnent $\cos(a \pm b)$ et $\sin(a \pm b)$ en fonction de $\cos a$, $\cos b$, $\sin a$ et $\sin b$
Nous admettons pour l'instant ces formules que vous avez démontrées en première à l'aide du produit scalaire de deux vecteurs. Nous en verrons une démonstration plus simple dans la prochaine leçon.
4°. Déduire des formules précédentes l'expression de $\tan(a + b)$ et $\tan(a - b)$ en fonction de $\tan a$ et $\tan b$
5°. Déduire les formules de produit en somme qui expriment $\cos a \cos b$, $\cos a \sin b$, $\sin a \cos b$ et $\sin a \sin b$ en fonction de $\cos(a \pm b)$ et $\sin(a \pm b)$
6°. Déduire les formules de sommes en produit qui donnent $\cos p \pm \cos q$ et $\sin p \pm \sin q$ en fonction de $\cos \dfrac{p \pm q}{2}$ et $\sin \dfrac{p \pm q}{2}$
7°. Démontrer les formules de duplication qui donnent $\cos 2x$, $\sin 2x$ et $\tan 2x$ en fonction de $\sin x$, $\cos x$ et $\tan x$
8°. On pose $t = \tan \dfrac{a}{2}$
Exprimer $\sin a$, $\cos a$ et $\tan a$ en fonction de t uniquement (ces formules sont très importantes).
9°. On pose

$$\alpha = \frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x}$$

Montrer que α existe lorsque $x \neq \dfrac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$ et simplifier son expression.

2 Propriétés des sinus et cosinus

1°. Rappeler le tableau des valeurs usuelles de sinus, cosinus et tangente.
2°. Donner les expressions de $\cos(-x)$, $\sin(-x)$, $\cos(\pi \pm x)$, $\sin(\pi \pm x)$, $\cos(\dfrac{\pi}{2} \pm x)$ et $\sin(\dfrac{\pi}{2} \pm x)$ en fonction de $\cos x$ et $\sin x$
3°. Donner les formules analogues pour $\tan x$

3 Equations trigonométriques

Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $]-\pi, \pi]$ les équations suivantes :

1°. $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(x + \frac{\pi}{3})$	2°. $\cos(2x - \frac{\pi}{2}) = \cos(x + \frac{\pi}{3})$	3°. $\sin(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{x}{3} + \pi)$
4°. $\sin(2x) = \cos(3x)$	5°. $\sin(x) - \cos(x) = \frac{\sqrt{6}}{2}$	6°. $\cos(x) - \sqrt{3}\sin(x) = -\sqrt{2}$
7°. $\frac{\sqrt{2}}{2}\cos(2x) + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2x) = 1$	8°. $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$	9°. $2\cos x - 3\sin x = 15$
10°. $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$	11°. $\cos x + \cos 3x = \cos 2x$	12°. $\cos x - \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Cette séance de TD doit être l'occasion de préparer des fiches et/ou formulaires de trigonométrie qui vous seront utiles tout au long de l'année dans beaucoup de matières (maths, télécommunications, physique, électronique, ...). Il faut connaître les formules par cœur.