MATHEMATIQUES TD SOUTIEN - FICHE 2 : RESOUDRE UNE INEQUATION.

R&T Saint-Malo - 1ère année - 2006/2007

Voici quelques exercices sur les techniques de résolution de différents types d'inéquations.

Résumé des formules à connaitre.

THÉORÈME 1
On suppose $a, c \geq 0$
Si $a \leq x \leq b$ et $c \leq y \leq d$ alors
- $a + c \leq x + y \leq b + d$
- $ac \leq xy \leq bd$
- $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{x} \geq \frac{1}{b}$
- $a^2 \leq x^2 \leq b^2$
- $\sqrt{a} \leq \sqrt{x} \leq \sqrt{b}$

THÉORÈME 2
On suppose $a \geq 0$ et $\lambda < 0$
- $a \leq x \leq b \Rightarrow \lambda a \geq \lambda x \geq \lambda b$

La règle des signes est très importante et est valable pour un produit ou pour un quotient :

THÉORÈME 3
$(+)(+) = (-)(-) = (+)$
$(-)(+) = (+)(-) = (-)$

THÉORÈME 4
- *Signe de $ax + b$ avec $a \neq 0$:*
$ax + b$ est du signe de a sur $]-b/a, +\infty[$
- *Signe de $ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$:*
$ax^2 + bx + c$ est du signe de a à l'extérieur des racines $(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/2a$

Pour trouver le signe d'une expression ou résoudre une inégalité LA méthode est de tout ramener dans le même membre et de factoriser afin d'obtenir un produit et/ou un quotient de termes. On trouve alors le signe à l'aide d'un tableau de signes.

THÉORÈME 5
- $\sqrt{a} \leq b \iff b \geq 0\ ;\ 0 \leq a \leq b^2$
- $\sqrt{a} \geq b \iff \begin{cases} a \geq 0\ ;\ b \leq 0 \\ ou \\ a, b \geq 0\ ;\ a \geq b^2 \end{cases}$

Terminons par un rappel sur les valeurs absolues :

THÉORÈME 6
$|x - a| < r \iff a - r < x < a + r$

avec $|x| = x$ si $x > 0$ et $|x| = -x$ si $x < 0$

Résoudre :

1°. $3x - 4 \geq 0$
2°. $2 - x \geq 0$
3°. $3x + 5 \geq 1$
4°. $-3x(x+1)(6-2x) < 0$
5°. $5x - 2(x+1) < 3x + 1$
6°. $\frac{9}{x} - x \geq 0$
7°. $\frac{6}{x-2} \leq x - 3$
8°. $x^2 - 4 + (x+2)^2 \geq 0$
9°. $(x-1)^2 - (x+1)^2 \geq 0$
10°. $5(x-3)(x+2) - (x-3)^2 + x - 3 \leq 0$
11°. $-9(x+5)^2 + 1 \geq 0$
12°. $(4x^2 - 1)(x+2) \geq 0$
13°. $\frac{2x}{x+2} \geq 0$
14°. $\frac{(x+4)^2}{2x^2} - 2 \geq 0$
15°. $\frac{9 - (x+1)^2}{(x+1)^2} \geq 0$
16°. $x^2 - 6x \geq 0$
17°. $-x^2 + 4x + 21 \geq 0$
18°. $x^2 + 25 \geq 0$
19°. $x + 3 > x^2$
20°. $x^2 \geq 4$
21°. $2x(x+3) \leq x(2x-1)$
22°. $4x^2 - 9 \geq 0$
23°. $1 - 4x^2 > 0$
24°. $x^3 - x \geq 0$
25°. $x \geq \frac{1}{x}$
26°. $(x-3)^2 - (1-2x)^2 \geq 0$
27°. $x^3 - 16x \leq 0$
28°. $\frac{x^2 - 2}{1 - x} + 2 \geq 0$
29°. $\frac{x+3}{x-3} - \frac{x-3}{x+3} \leq \frac{36}{x^2 - 9}$
30°. $\frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + x + 2} \geq 0$
31°. $\frac{-9x^2 + 5x + 4}{7x^2 - 4x - 3} < 0$
32°. $\frac{x^3 - 5x + 4}{x^4 - 9} \geq 0$
33°. $|x - 4| \leq 3$
34°. $2|x - 5| \leq 8$
35°. $|3x - 6| > 27$
36°. $|\sqrt{3} - x| \leq 1 - \sqrt{2}$
37°. $|x + 6| + |x - 10| < 16$
38°. $\begin{cases} 8x - 1 > 3x - 4 \\ 5x + 3 \leq x + 9 \end{cases}$
39°. $\begin{cases} x^2 > 4 \\ x + 1 > x/2 + 3 \end{cases}$
40°. $\begin{cases} (x-2)(x+5) < 0 \\ 3x + 7 > 0 \end{cases}$
41°. $\begin{cases} (x-1)^2 - (2-x)^2 > 0 \\ (5x+1)^2 - (x-7)^2 \leq 0 \end{cases}$
42°. $\sqrt{x+1} \geq 2 - x$
43°. $\sqrt{2x+1} \leq x - 1$
44°. $\sqrt{x(x+3)} \leq 3 - x$
45°. $\sqrt{x-1} > x - 1$