MATHEMATIQUES TD SOUTIEN - FICHE 4 : DERIVATION.

R&T Saint-Malo - 1ère année - 2006/2007

Cette fiche de révision est un court résumé du minimum vital à savoir sur la dérivation (pour un cours plus complet, vous reporter au polycopié) suivi d'exercices pour s'entrainer à dériver des fonctions. Partant de fonctions simples, les calculs deviennent vite assez lourds... Le but du jeu est de mettre en oeuvre la formule de la dérivée d'une fonction composée et de l'appliquer à toutes les sauces.

Résumé du cours

On rappelle la définition de la dérivée en un point :

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$f'(a)$ est la dérivée de f en a et représente la pente de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $x = a$
On dit qu'une fonction f est dérivable si elle dérivable en tout point ; en ce cas, la fonction dérivée se note f'

Propriétés 1
Soient u et v deux fonctions dérivables et λ un nombre réel

- $(u+v)' = u' + v'$
- $(\lambda u)' = \lambda u'$
- $(uv)' = u'v + v'u$
- $\lambda' = 0$
- $\left(\frac{1}{u}\right)' = \frac{-u'}{u^2}$
- $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$
- $(f \circ g)' = g' \times f' \circ g$

Cette dernière formule est celle de la dérivée d'une fonction composée. On peut l'écrire sous la forme ci-dessous

$$f(g(x))' = g'(x) \times f'(g(x))$$

On en déduit alors les dérivées usuelles suivantes :

Propriétés 2
Soit u une fonction dérivable et a un réel > 0

- $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$
- $(u^n)' = n \times u' \times u^{n-1}$
- $(e^u)' = u' \times e^u$
- $(a^x)' = \ln a \times a^x$
- $(\sin u)' = u' \cos u$
- $(\cos u)' = -u' \sin u$
- $(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
- $(cotan\ u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$

I. En utilisant la définition, calculer les dérivées des fonctions ci-dessous

1°. $\ln x$	2°. e^x
3°. x^2	4°. $\sqrt{x}$
5°. $\sin x$	6°. $\cos x$
7°. $\tan x$	8°. $\frac{1}{x}$

II. Dériver les fonctions ci-dessous

1°. x^3	2°. $\frac{1}{x^2}$
3°. $\sin(x^2)$	4°. $\ln(3x^2 + x)$
5°. e^{-x^2}	6°. $(2x-1)^3$
7°. $(x^4 - x^2 + 1)^5$	8°. $\frac{1}{(3-x)^6}$
9°. $\frac{x+2}{x}$	10°. $x^{1/3}$
11°. $\frac{1}{x\sqrt{x}}$	12°. $\frac{-3x^2 + 4x - 1}{x^2 + 2x + 5}$
13°. $\frac{(x^2+1)^3}{(x^2 - x + 1)^2}$	14°. $\sin^3 x$
15°. $\cos(2x^2 + 3x)$	16°. $\ln(\sin x)$
17°. $\sqrt{\sin x}$	18°. $x^2 \cos x$
19°. $\frac{\sin x}{\sqrt{x}}$	20°. $\sqrt{x^2 + 4x + 4}$
21°. $(x^2 - 5x + 3) \ln x$	22°. $\sqrt{\ln^2 x + 1}$
23°. $\tan x + cotan\ x$	24°. $\frac{2\sin x + 1}{2\sin x - 1}$
25°. $\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}$	26°. $\frac{\cos x}{1 - \sin x}$
27°. $\sqrt{\frac{\cos x}{1 - \sin x}}$	28°. x^x