MATHEMATIQUES DS N°1

R&T Saint-Malo - 1ère année par apprentissage - 28/11/08 - année scolaire 2008/2009 - Durée : 2h

Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso.
Calculatrices interdites.
Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.

I. 6 points.

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les deux équations ci-dessous :

1°. $iz^2 + (1-4i)z + (3i-1) = 0$ 2°. $z^2 - 4(1+i)z + 6i = 0$

II. 4 points.

Soit $z = 1 + i$ et $u = a + ib$.

1°. Déterminer les racines carrées de z sous forme exponentielle.
2°. En résolvant l'équation $u^2 = z$, déterminer les racines carrées de z sous forme algébrique.
3°. En déduire la valeur exacte de $\cos(\pi/8)$ et de $\sin(\pi/8)$.

III. 6 points.

Calculer, en justifiant, les limites ci-dessous :

1°. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x^2+1}{x^3-2x+3}$ 2°. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x-2}{x^2+x-6}$ 3°. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x-1}{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+2}}$ 4°. $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x$

5°. $\lim\limits_{x\to 0} x^2 \sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$ 6°. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x - x\cos x}{x^3}$ 7°. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[4]{x}-1}{\sqrt{x}-1}$

IV. 4 points.

Déterminer le domaine de définition et les branches infinies des fonctions ci-dessous :

1°. $f(x) = \sqrt{x^2+x-2}$

2°. $g(x) = \dfrac{x^2}{x+1}$