

Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso.

Calculatrices interdites.

Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.

I. 6 points.

Résoudre dans \mathbb{C} les deux équations ci-dessous :

$$1^{\circ}. iz^2 + (1 - 4i)z + (3i - 1) = 0 \quad 2^{\circ}. z^2 - 4(1 + i)z + 6i = 0$$

II. 4 points.

Soit $z = 1 + i$ et $u = a + ib$.

1°. Déterminer les racines carrées de z sous forme exponentielle.

2°. En résolvant l'équation $u^2 = z$, déterminer les racines carrées de z sous forme algébrique.

3°. En déduire la valeur exacte de $\cos(\pi/8)$ et de $\sin(\pi/8)$.

III. 6 points.

Calculer, en justifiant, les limites ci-dessous :

$$1^{\circ}. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 1}{x^3 - 2x + 3} \quad 2^{\circ}. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 + x - 6} \quad 3^{\circ}. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 1}{\sqrt{2x + 1} - \sqrt{x + 2}} \quad 4^{\circ}. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

$$5^{\circ}. \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) \quad 6^{\circ}. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x^3} \quad 7^{\circ}. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

IV. 4 points.

Déterminer le domaine de définition et les branches infinies des fonctions ci-dessous :

$$1^{\circ}. f(x) = \sqrt{x^2 + x - 2}$$

$$2^{\circ}. g(x) = \frac{x^2}{x + 1}$$