MATHEMATIQUES DS N°4

R&T Saint-Malo - 1ère année - 2006/2007 - Durée : 2h

Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso.
Calculatrices interdites.
Les exercices et les questions sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.

I. $\boxed{\text{3 points}}$ Calculer :

1°. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ 2°. $\begin{vmatrix} 12 & 6 & 9 & -3 \\ 4 & -1 & 0 & -1 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 7 & 14 & 7 \end{vmatrix}$

II. $\boxed{\text{1.5 points}}$

Calculer l'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

III. $\boxed{\text{6 points}}$ Calculer :

1°. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{(\ln x)^2}{x-1}$ 2°. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x - \tan x}{x^3}$

3°. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^2\sqrt{1+x} - x(e^x - 1)}{(\ln(1+x))^4}$ 4°. $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\sqrt[3]{x^2+x+1} - \sqrt{x^2-x+1}\right)$

IV. $\boxed{\text{2 points}}$

Déterminer les branches infinies de la fonction $f(x) = e^{-1/x}\sqrt{1+x+x^2}$
(préciser la position relative de la courbe et des asymptotes).

V. $\boxed{\text{2 points}}$

Déterminer les transformées de Laplace des fonctions causales ci-dessous :

1°. $f(t) = t \times 1_{[1,+\infty[}(t)$ 2°. $g(t) = 1_{[0,1]}(t) - 1_{[1,2]}(t)$

VI $\boxed{\text{4 points}}$

Déterminer les originaux des fonctions suivantes :

1°. $\dfrac{1}{(p-1)(p+3)}$ 2°. $\dfrac{1}{p^2-p+1}$ 3°. $\dfrac{16}{(p-2)^2(p+2)}$

VII $\boxed{\text{3 points}}$

1°. Calculer la dérivée de $F(p) = \dfrac{1}{p^2+1}$

2°. Résoudre par la méthode de Laplace l'équation différentielle :

$$\begin{cases} y''(t) + y(t) = \cos(t) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$