

Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso.

Calculatrices interdites.

Les exercices et les questions sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.

**I.** [3 points] Calculer :

$$1^{\circ}. \left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 12 \\ 2 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 2 & 4 \\ \hline 0 & 7 & 14 & 7 \end{array} \right| \quad 2^{\circ}. \left| \begin{array}{cccc} 12 & 6 & 9 & -3 \\ 4 & -1 & 0 & -1 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 7 & 14 & 7 \end{array} \right|$$

**II.** [1.5 points]

Calculer l'inverse de  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

**III.** [6 points] Calculer :

$$1^{\circ}. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\ln x)^2}{x-1} \quad 2^{\circ}. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{x^3}$$

$$3^{\circ}. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sqrt{1+x} - x(e^x - 1)}{(\ln(1+x))^4} \quad 4^{\circ}. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt[3]{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1} \right)$$

**IV.** [2 points]

Déterminer les branches infinies de la fonction  $f(x) = e^{-1/x} \sqrt{1+x+x^2}$  (préciser la position relative de la courbe et des asymptotes).

**V.** [2 points]

Déterminer les transformées de Laplace des fonctions causales ci-dessous :

$$1^{\circ}. f(t) = t \times 1_{[1,+\infty[}(t) \quad 2^{\circ}. g(t) = 1_{[0,1]}(t) - 1_{[1,2]}(t)$$

**VI** [4 points]

Déterminer les originaux des fonctions suivantes :

$$1^{\circ}. \frac{1}{(p-1)(p+3)} \quad 2^{\circ}. \frac{1}{p^2 - p + 1} \quad 3^{\circ}. \frac{16}{(p-2)^2(p+2)}$$

**VII** [3 points]

$$1^{\circ}. \text{ Calculer la dérivée de } F(p) = \frac{1}{p^2 + 1}$$

2°. Résoudre par la méthode de Laplace l'équation différentielle :

$$\begin{cases} y''(t) + y(t) = \cos(t) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$