**MATHEMATIQUES DS N°2**

*R&T Saint-Malo - 1ère année - 2006/2007 - Durée : 2h*

*Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso.*
*Calculatrices interdites.*
*Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.*

**I.** 4 points.

On considère le polynôme $P(x) = 6x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 1$

1°. Démontrer que $P(x)$ est divisible par $x^2 + 1$
2°. En déduire les racines réelles de l'équation $P(x) = 0$

**II.** 10 points.

Décomposer en éléments simples :

1°. $\dfrac{1}{(x+1)(x-2)}$ 2°. $\dfrac{x^3+1}{x^2(x^2+1)}$ 3°. $\dfrac{4x^2}{(x-1)^2(x+1)}$ 4°. $\dfrac{x^3-2x^2-2x+2}{x^2-3x+2}$

**III.** 7 points.

1°. Effectuer la division suivant les puissances croissantes de $A(x) = x + 1$ par $B(x) = x^2 + 1$ à l'ordre $k = 2$.

2°. Décomposer en éléments simples la fraction $F(x) = \dfrac{x+1}{x^3(x^2+1)}$

3°. Soit $G(x) = \dfrac{x-1}{(x-2)^3(x^2-4x+5)}$

Démontrer que $G(x) = F(x-2)$ et en déduire la décomposition en éléments simples de $G(x)$

**IV.** 21 points.

Effectuer l'étude complète des fonctions :

1°. $f(x) = \dfrac{x^3-1}{x^2}$ 2°. $g(x) = x + \ln(x^2 - 1)$ 3°. $h(x) = xe^{1/x}$