MATHEMATIQUES CR N°7

R&T Saint-Malo - 1ère année par apprentissage - 2006/2007 - Durée : 1h -

Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso.
Calculatrices interdites.
Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.
Orthographe et clarté de la présentation : $\boxed{\text{1 point}}$

I. 4 points.

Résoudre l'équation différentielle $y''(t) + y'(t) - 2y(t) = -8t^2$

I. 5 points.

Calculer les déterminants ci-dessous :

1°. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -4 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ 2°. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ 3°. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ -4 & 2 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$

II. 10 points.

Soient $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ -4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ et $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

1°. Démontrer que P est inversible et calculer P^{-1}.
2°. Calculer $D = P^{-1}AP$.
3°. Pour $n \in \mathbb{N}$, calculer D^n.
4°. Démontrer que $A^n = PD^nP^{-1}$ et en déduire A^n.
5°. Résoudre le système suivant

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ x + z = -11 \\ x + 2y - 2z = 50 \end{cases}$$