GTR 1ère année par apprentissage - **MATHEMATIQUES CR N°4**
2005/2006 - 11 Janvier 2006 - Durée 1h

Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso. Calculatrice interdite.
Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.

I. 5 points.

Soit $P(x) = x^6 - 2x^5 + x^4 - x^2 + 2x - 1$

1°. Montrer que 1 est racine de P. Quelle est sa multiplicité ?
2°. Trouver une autre racine simple et factoriser $P(x)$ dans $\mathbb{R}$

II. 2 points.

Effectuer la division suivant les puissances croissantes de $x^4 + x^3 + 1$ par $x + 1$ à l'ordre 3.

III. 10 points.

Déterminer les branches infinies des fonctions définies par :

1°. $f(x) = \dfrac{x^2 + 3x + 1}{x + 2}$

2°. $g(x) = (x + 2)e^{\frac{1}{x}}$

3°. $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^3 - 1}{x}}$

IV. 3 points.

Soit $P(x) = x^7 + x^4 + x^3 + 1$

1°. Démontrer que $P(x)$ est divisible par $x^3 + 1$
2°. En déduire la factorisation dans $\mathbb{R}$ de $P(x)$