

Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso. Calculatrice interdite.  
Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.

**I.** 5 points.

Soit  $P(x) = x^6 - 2x^5 + x^4 - x^2 + 2x - 1$

1°. Montrer que 1 est racine de  $P$ . Quelle est sa multiplicité ?

2°. Trouver une autre racine simple et factoriser  $P(x)$  dans  $\mathbb{R}$

**II.** 2 points.

Effectuer la division suivant les puissances croissantes de  $x^4 + x^3 + 1$  par  $x + 1$  à l'ordre 3.

**III.** 10 points.

Déterminer les branches infinies des fonctions définies par :

$$1^\circ. f(x) = \frac{x^2 + 3x + 1}{x + 2}$$

$$2^\circ. g(x) = (x + 2)e^{\frac{1}{x}}$$

$$3^\circ. f(x) = \sqrt{\frac{x^3 - 1}{x}}$$

**IV.** 3 points.

Soit  $P(x) = x^7 + x^4 + x^3 + 1$

1°. Démontrer que  $P(x)$  est divisible par  $x^3 + 1$

2°. En déduire la factorisation dans  $\mathbb{R}$  de  $P(x)$