MATHEMATIQUES CR N°3

R&T Saint-Malo - 1ère année par apprentissage - 2006/2007 - Durée : 1h

Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso.
Calculatrices interdites.
Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.

I. 5 points.

Soit $P(x) = x^6 - 3x^4 - x^3 - 3x - 2$

1°. Déterminer une racine simple du polynôme $A(x) = x^3 + 1$ et en déduire sa décomposition en facteurs irréductibles dans $\mathbb{R}$.
2°. Démontrer que -1 est une racine double de $B(x) = x^3 - 3x - 2$. En déduire les autres racines.
3°. Démontrer que $P(x)$ est divisible par $A(x)$.
4°. En déduire la décomposition en facteurs irréductibles, dans $\mathbb{R}$, du polynôme $P(x)$.

II. 9 points.

Décomposer en éléments simples :

1°. $\dfrac{2x}{x^2 - 4}$ 2°. $\dfrac{x+2}{x(x+1)}$ 3°. $\dfrac{x-3}{(x-1)^2}$ 4°. $\dfrac{x^4 + 3x^2 + 1}{x(x^2+1)}$

III. 6 points.

Soit $A(x) = 4x^2 + 8x + 8$ et $B(x) = x + 2$

1°. Effectuer la division suivant les puissances croissantes à l'ordre 2 de $A(x)$ par $B(x)$

2°. Décomposer en éléments simples la fraction

$$\frac{4x^2 + 8x + 8}{x^3(x+2)}$$

3°. En déduire la décomposition en éléments simples de

$$\frac{4x^2 + 4}{x^4 - 2x^3 + 2x - 1}$$