

---

**MATHEMATIQUES CR N°2**

R&amp;T Saint-Malo - 1ère année par apprentissage - 2008/2009 -



Durée : 1h - 19/01/2009

Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso.

Calculatrices interdites.

Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.

**I. 6 points.**Soit  $P(x) = x^5 + 2x^4 - 8x^3 + 2x^2 + 7x - 4$ 1°. Démontrer que 1 est une racine triple de  $P(x) = 0$ . $P(1) = P'(1) = P''(1) = 0$  donc 1 est une racine triple**[2 points]**

2°. En déduire toutes les racines réelles de l'équation

 $P(x) = 0$ .D'après la question précédente,  $P(x) = (x - 1)^3 Q(x)$  où  $Q(x)$  est de degré 2.En effectuant la division euclidienne de  $P(x)$  par

$$(x - 1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

**[2 points]**on trouve  $Q(x) = x^2 + 5x + 4 = (x + 1)(x + 4)$ **[2 points]**Ainsi,  $P(x) = (x - 1)^3(x + 1)(x + 4)$ **II. 14 points.**Décomposer en éléments simples dans  $\mathbb{R}$  :

1°.  $\frac{2}{x(x+2)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2}$  **[2 points]**

2°.  $\frac{9}{x^3(x+3)} = \frac{1}{3x} - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^3} - \frac{1}{3(x+3)}$  **[2 points]**

3°.  $\frac{2}{(x+1)(x^2+1)} = \frac{1}{x+1} + \frac{1-x}{x^2+1}$  **[2 points]**

4°.  $\frac{4x^5}{x^4-1} = 4x + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} - \frac{2x}{x^2+1}$  **[3 points]**

5°.  $\frac{x^2+2}{x^3(x^2+1)} = -\frac{1}{x} + \frac{2}{x^3} + \frac{x}{x^2+1}$  **[3 points]**

6°.  $\frac{x^2-2x+3}{(x-1)^3(x^2-2x+2)} = F(x-1)$

où  $F$  est la fraction précédente.

$$= -\frac{1}{x-1} + \frac{2}{(x-1)^3} + \frac{x-1}{x^2-2x+2}$$
 **[2 points]**