
MATHEMATIQUES CR N°2*R&T Saint-Malo - 1ère année par apprentissage - 2008/2009 -**Durée : 1h - 19/01/2009*

*Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso.**Calculatrices interdites.**Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.***I. 6 points.**

Soit $P(x) = x^5 + 2x^4 - 8x^3 + 2x^2 + 7x - 4$

1°. Démontrer que 1 est une racine triple de $P(x) = 0$.

$P(1) = P'(1) = P''(1) = 0$ donc 1 est une racine triple

2 points

2°. En déduire toutes les racines réelles de l'équation $P(x) = 0$.

D'après la question précédente, $P(x) = (x - 1)^3 Q(x)$ où $Q(x)$ est de degré 2.

En effectuant la division euclidienne de $P(x)$ par

$(x - 1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ 2 points

on trouve $Q(x) = x^2 + 5x + 4 = (x + 1)(x + 4)$ 2 points

Ainsi, $P(x) = (x - 1)^3 (x + 1)(x + 4)$

II. 14 points.

Décomposer en éléments simples dans \mathbb{R} :

1°. $\frac{2}{x(x+2)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2}$ 2 points

2°. $\frac{9}{x^3(x+3)} = \frac{1}{3x} - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^3} - \frac{1}{3(x+3)}$ 2 points

3°. $\frac{2}{(x+1)(x^2+1)} = \frac{1}{x+1} + \frac{1-x}{x^2+1}$ 2 points

4°. $\frac{4x^5}{x^4-1} = 4x + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} - \frac{2x}{x^2+1}$ 3 points

5°. $\frac{x^2+2}{x^3(x^2+1)} = -\frac{1}{x} + \frac{2}{x^3} + \frac{x}{x^2+1}$ 3 points

6°. $\frac{x^2-2x+3}{(x-1)^3(x^2-2x+2)} = F(x-1)$

où F est la fraction précédente.

$= -\frac{1}{x-1} + \frac{2}{(x-1)^3} + \frac{x-1}{x^2-2x+2}$ 2 points