

Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso.

Calculatrices interdites. Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.

I. 5 points.

Soient $z = 4\sqrt{2}(1-i)$ et $j = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

1°. Déterminer les racines cubiques de z sous forme exponentielle, puis exprimer l'une d'elles sous forme algébrique.

2°. Calculer j^2 et j^3 . Que représente j ?

3°. A l'aide de la question précédente, déterminer la forme algébrique des deux dernières racines cubiques de z .

II. 8 points.

Calculer, en justifiant, les limites suivantes :

$$1^\circ. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + x - 6}{2x^2 - 14x + 20} \quad 2^\circ. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^2 - 3x + 2} \quad 3^\circ. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} \quad 4^\circ. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \sin x}{x^4 + 1}$$

$$5^\circ. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{\sin x} \quad 6^\circ. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 + 4} \right) \quad 7^\circ. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 3}{\sqrt{x^2 - 1}} \quad 8^\circ. \lim_{x \rightarrow 0^+} (1 - x)^{1/x}$$

III. 7 points.

Déterminer le domaine de définition et les branches infinies des fonctions ci-dessous :

$$1^\circ. \sqrt{x^2 - 1} \quad 2^\circ. \frac{x^2 - 4}{x - 1} \quad 3^\circ. (x - 1)e^{1/x}$$