



Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso.

Calculatrices interdites. Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.

**I.** 5 points.

Soient  $z = 4\sqrt{2}(1 - i)$  et  $j = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

1°. Déterminer les racines cubiques de  $z$  sous forme exponentielle, puis exprimer l'une d'elles sous forme algébrique.

2°. Calculer  $j^2$  et  $j^3$ . Que représente  $j$  ?

3°. A l'aide de la question précédente, déterminer la forme algébrique des deux dernières racines cubiques de  $z$ .

**II.** 8 points.

Calculer, en justifiant, les limites suivantes :

$$1^\circ. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + x - 6}{2x^2 - 14x + 20}$$

$$2^\circ. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^2 - 3x + 2}$$

$$3^\circ. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$$

$$4^\circ. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \sin x}{x^4 + 1}$$

$$5^\circ. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{\sin x}$$

$$6^\circ. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 + 4} \right)$$

$$7^\circ. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 3}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$8^\circ. \lim_{x \rightarrow 0^+} (1 - x)^{1/x}$$

**III.** 7 points.

Déterminer le domaine de définition et les branches infinies des fonctions ci-dessous :

$$1^\circ. \sqrt{x^2 - 1} \quad 2^\circ. \frac{x^2 - 4}{x - 1} \quad 3^\circ. (x - 1)e^{1/x}$$