Documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto/verso.
Calculatrices interdites. Les exercices sont indépendants. Le barème est indicatif et sans engagement.
Le dernier exercice est plus difficile ; il est conseillé de le traiter en dernier.

I. 4 points.

Résoudre les équations trigonométriques suivantes dans $\mathbb{R}$ puis dans $]-\pi, \pi]$

1°. $\cos(2x + \frac{\pi}{2}) = \sin x$ 2°. $\cos x - \frac{\sqrt{3}}{3} \sin x = \frac{\sqrt{6}}{3}$

II. 2 points.

Mettre sous forme algébrique :

1°. $3i(1+i) - (2+i)^2$ 2°. $\frac{7+i}{3-i} - \frac{2}{1-i}$

III. 2 points.

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - (1+i)^2 = \bar{z}^2 - (1-i)^2$

IV. 3 points.

Déterminer le module et l'argument des complexes suivants :

1°. $(\sqrt{3}+i)^4$ 2°. $(1-i)^2$ 3°. $\frac{(\sqrt{3}+i)^4}{(1-i)^2}$

V. 6 points.

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations :

1°. $z^2 - (2+i)z + (3+i) = 0$ 2°. $iz^2 - iz + (3-i) = 0$

VI. 3 points.

Soit $\theta \in]-\pi, \pi]$ et $n \in \mathbb{N}$. On pose $z = (1 + \cos\theta + i \sin\theta)^n$

Déterminer le module et l'argument de z en fonction de n et θ.